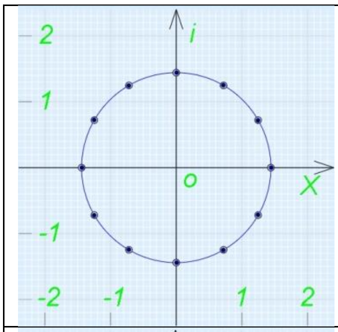
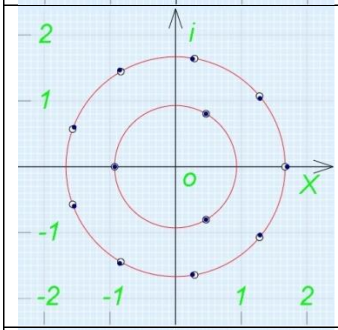
Геометрическое расположение корней четырёхчлена $x^a = Bx^b + Cx^c + D$

Корни четырёхчлена имеют четыре возможных стремления. Что бы его определить, нужно сравнить модули коэффициентов. Образно выражаясь, всё зависит от размера свободного члена и от размеров остальных членов.



$$x^{12} = .2x^7 + .1x^3 + 80$$

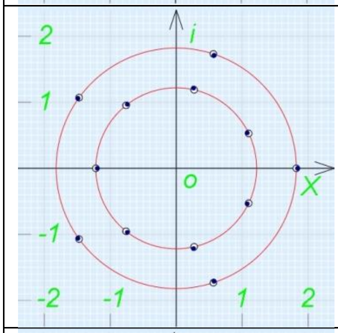
Если свободный член намного больше членов B и C, $|D| \gg |B|$ и $|D| \gg |C|$, то все корни многочлена стремятся к корням двучлена $x^a = D$, $x^{12} = 80$. На графике изображена окружность радиусом $\sqrt[12]{80}$. Лунками обозначены вершины равностороннего многоугольника, которые являются корнями двучлена $x^{12} = 80$. Точками обозначены корни четырёхчлена $x^{12} = .2x^7 + .1x^3 + 80$.



$$x^{12} = .2x^7 + 100x^3 + 80$$

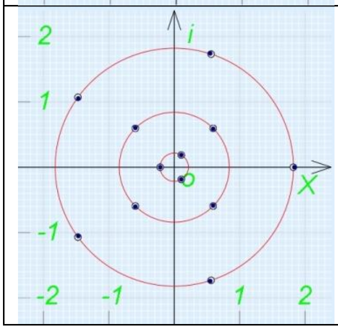
Если свободный член намного больше только члена B, $|D| \gg |B|$, то одни корни четырёхчлена стремятся к корням двучлена $x^{a-c} = C$, $x^9 = 100$, другие – к корням двучлена $x^c = -D/C$, $x^3 = -80/100$

Как видно в лунках треугольника точки расположились гораздо ближе к центру.



$$x^{12} = 20x^7 + .1x^3 + 80$$

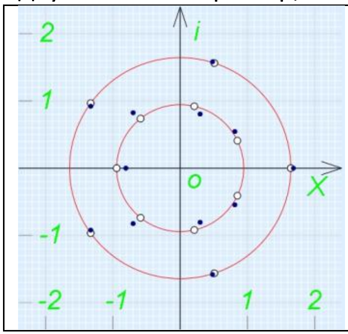
Если свободный член намного больше только члена C, $|D| \gg |C|$, то одни корни четырёхчлена стремятся к корням двучлена $x^{a-b} = B$, $x^5 = 20$, другие – к корням двучлена $x^b = -D/B$, $x^7 = -80/20$

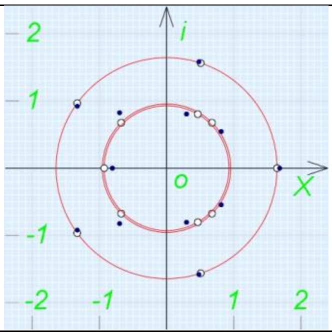


$$x^{12} = 20x^7 + 10x^3 + 0.1$$

Если и член B намного больше свободного члена, и член C намного больше свободного члена, $|B| \gg |D|$ и $|C| \gg |D|$, то одни корни четырёхчлена стремятся к корням двучлена $x^{a-b} = B$, $x^5 = 20$, другие – к корням двучлена $x^{b-c} = -C/B$, $x^4 = -10/20$, остальные – к корням двучлена $x^c = -D/C$, $x^3 = -.1/10$

Если все члены примерно одинаковые, часть корней четырёхчлена балансирует между корнями разных двучленов. Например, $x^{12} = 12x^7 + 10x^3 + 8$





На левом рисунке семиугольник корней $x^b = -D/B$, $x^7 = -8/12$. На правом рисунке квадрат $x^{b-c} = -C/B$, $x^4 = -10/12$ и треугольник $x^c = -D/C$, $x^3 = -8/10$. На обоих рисунках пятиугольник $x^{a-b} = B$, $x^5 = 12$.

Во всех рассмотренных случаях, корни четырёхчлена находятся от лунок на некотором расстоянии и под некоторым углом. Сумма этих углов равна нулю. Если удастся простым методом получать эти углы, можно будет корни находить, через точки пересечения лучей от вершин разных многоугольников. Хотя, возможно, существует и ультрарадикальное решение, подобно решениям трёхчленов. Пока науке это неизвестно. Если у вас появятся идеи как определять эти углы, пишите bkcru@bk.ru